CUADERNILLO 5

EJEMPLAR DE CORTESÍA
NO APTO PARA LA VENTA

Nueva carpeta de Matemática III

Ruth Schaposchnik (coord.)
Luis Garaventa - Nora Legorburu
Patricia Rodas - Claudio Turano

Alumno/a

Curso

5. Proporcionalidad y semejanza 3
Revisión inicial 4
Proporcionalidad numérica: razones y proporciones 5
Propiedad fundamental de las proporciones 5
Repartición proporcional 6
Proporcionalidad geométrica 7
Teorema de Thales 7
Semejanza de triángulos 9
Figuras semejantes 12
Figuras homotéticas 14
Escalas 15
En el mundo real 17
Semejanza, arquitectura y vida cotidiana 17
Semejanza y fotografía 18
Más actividades 19
Autoevaluación 22
Actividades integradoras 23

AIQUE

Este CUADERNILLO 5 pertenece a la Nueva carpeta de Matemática III.
No puede venderse por separado.

DIRECCIÓN EDITORIAL
Diego F. Barros

COORDINACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICA
Ruth Schaposchnik

EDICIÓN
Nora Legorburu
Valeria Machiunas

COPIEDICIÓN
Claudia García

CORRECCIÓN
Cecilia Biagioli (coordinación)
Claudia María Bevacqua Arbet
Alejandra Valente

SUPERVISIÓN GRÁFICA
Verónica Uher
Victoria Maier

COORDINACIÓN GRÁFICA
Silvina Roveda

DIAGRAMACIÓN
Daniel Balado
Gabriel Lauría
Silvana López

ILUSTRACIONES
Alejandra Lunik
Diego Molina
Diego Stigliano

FOTOGRAFÍA
Archivo Aique

PRODUCCIÓN INDUSTRIAL
Pablo Sibione

Agradecemos la colaboración de Gustavo Delupi en el control de las respuestas.

© Copyright Aique Grupo Editor S. A.
Francisco Acuña de Figueroa 352 (C1180AAF)
Ciudad de Buenos Aires
Teléfono y fax: 4867-7000
e-mail: editorial@aique.com.ar - www.aique.com.ar

Hecho el depósito que previene la Ley 11.723
LIBRO DE EDICIÓN ARGENTINA
ISBN 978-987-06-0060-2
Primera edición - Primera reimpresión

La reproducción total o parcial de este material en cualquier forma que sea, idéntica o modificada y por cualquier medio o procedimiento, sea mecánico, electrónico, informático, magnético y sobre cualquier tipo de soporte, no autorizada por los editores, viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

Nueva carpeta de matemática III / Nora Legorburu...[et.al.]. ; coordinado por Ruth Schaposchnik - 1a ed. 1a reimp. - Buenos Aires : Aique Grupo Editor, 2008.
200 p. ; 28x20 cm.

ISBN 978-987-06-0060-2

1. Matemática. I. Schaposchnik, Ruth, coord.

Esta edición se terminó de imprimir en Noviembre de 2008 en Latingráfica, Rocamora 4161, Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

5 PROPORCIONALIDAD Y SEMEJANZA

Cuando observamos un mapa, una fotografía o la reproducción de una obra de arte, lo hacemos sabiendo que son figuras *semejantes* a los objetos de la realidad que representan, y reconocemos en ellos las formas, a pesar de las ampliaciones o reducciones realizadas. La relación de *semejanza* entre figuras geométricas guarda una estrecha relación con el concepto de *proporcionalidad*.

● ¿Cuáles de los jarrones que ven en la imagen tienen la misma forma?

● ¿Cuál será la propiedad matemática que permite establecer con precisión si una figura está deformada o no respecto de otra?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

REVISIÓN INICIAL

1 En la figura, pueden ver los ingredientes necesarios y sus respectivas cantidades para preparar una tarta de manzanas, para 6 personas.
¿Cuáles serán las cantidades necesarias de cada uno de los ingredientes, si se quiere preparar la misma tarta para 9 personas?

.....

.....

.....

2 En un examen de 80 preguntas, Ana, Carlos y Miranda dieron, respectivamente, 24, 48 y 64 respuestas correctas. ¿Qué nota le corresponderá a cada uno, si el máximo es 10 y si todas las preguntas tienen asignado el mismo puntaje?

.....

.....

3 Se hizo una fotocopia reducida de una página de 28 cm por 20 cm. El largo y el ancho de la imagen obtenida miden el 75% de los del original.

a) ¿Cuáles son las medidas del largo y el ancho de la imagen fotocopiada?

.....

b) ¿En qué porcentaje, se redujo la medida de su superficie?

.....

4 Resuelvan las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{0,\hat{3}}{0,5} = \frac{1,5}{x}$

.....

.....

.....

b) $\frac{x+1}{0,75} = \frac{4}{1,25}$

.....

.....

.....

c) $\frac{3}{x-1} = \frac{2}{5}$

.....

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Proporcionalidad numérica: razones y proporciones

5 En un laboratorio, se elabora una colonia y se la envasa en distintos tamaños.
En la tabla que ven a continuación, aparecen los componentes de la colonia y algunas de sus cantidades, según los distintos tamaños de envases.

Completen las cantidades que faltan.

	Envase 1	Envase 2	Envase 3
Alcohol (g)	24		
Esencia (g)	6	18	
Colorante (g)			12
Agua (g)	3		18

Para leer y recordar

- Una *razón* es el cociente indicado entre dos cantidades.

La razón entre a y b se indica $\frac{a}{b}$.

- Cuatro cantidades a, b, c, d, en ese orden, forman una *proporción* si se cumple que: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

A los números que componen una proporción los llamamos así:

$b \neq 0$

$d \neq 0$

Propiedad fundamental de las proporciones

En toda proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

6 Sabiendo que $p \cdot r = a \cdot b$, y que ninguno de estos números es 0, indiquen cuáles de las siguientes igualdades entre razones se deducen de la condición anterior.

a) $\frac{p}{b} = \frac{a}{r}$

b) $\frac{p}{r} = \frac{b}{a}$

c) $\frac{b}{p} = \frac{r}{a}$

d) $\frac{p}{b} = \frac{r}{a}$

e) $\frac{p}{a} = \frac{b}{r}$

f) $\frac{a}{r} = \frac{b}{p}$

g) $\frac{p}{a} = \frac{r}{b}$

h) $\frac{r}{b} = \frac{a}{p}$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Repartición proporcional

7 Tres hermanas decidieron comprar un billete de la lotería provincial, y para ello aportaron $5, $10 y $25, respectivamente. Según lo acordado, si ganan, el millón de pesos del premio, lo repartirán en forma directamente proporcional a lo aportado para la compra del billete, es decir que la fracción del premio que le corresponderá a cada una será respectivamente igual a la fracción aportada para la compra del billete. Julia, la menor, está muy ilusionada y se puso a hacer una tabla para calcular cuánto le tocaría a cada una.

Hagan los cálculos necesarios y completen los datos que faltan.

	Dinero aportado		Dinero recibido	
	Cantidad ($)	Fracción del total	Cantidad ($)	Fracción del total
5				
10				
25				
Total				

8 La abuela Dora trajo una caja con 98 bombones y los quiere repartir entre sus nietos más chiquitos –Agostina, Federico y Lucas– en forma directamente proporcional a sus edades. Agostina tiene tres años; Federico, seis, y Lucas, cinco.

a) ¿Cuántos bombones le tocarán a cada uno?

.....

b) Mientras repartía los bombones, Dora comentaba: "menos mal que son justo 98, porque si hubieran sido 100 bombones, no habría podido repartirlos de esta forma".
¿A qué se refería?

.....

9 Los Rodríguez y los Liotta alquilaron una casaquinta para pasar sus vacaciones, y acordaron repartir el costo del alquiler en forma directamente proporcional a la cantidad de integrantes de cada familia. La familia Rodríguez está compuesta por el padre, la madre y cuatro hijos, mientras que los Liotta son el padre, la madre, un hijo y la abuela.
¿Cuánto más deben abonar los Rodríguez, si el alquiler es de $2500?

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Proporcionalidad geométrica

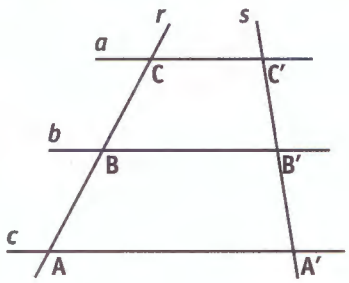
Teorema de Thales

Para leer y recordar

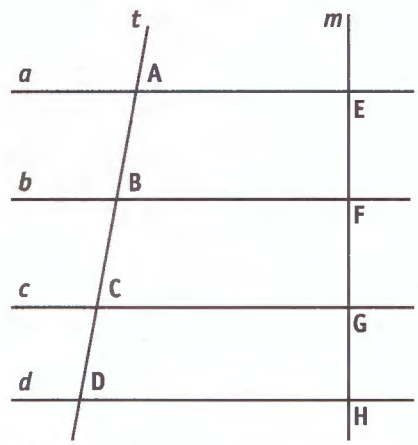
Cuando tres o más rectas paralelas son cortadas por dos rectas transversales, los segmentos determinados en una de las transversales son proporcionales a sus correspondientes en la otra.

$a \parallel b \parallel c$

$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$



10 Observen la figura y completen las proporciones.



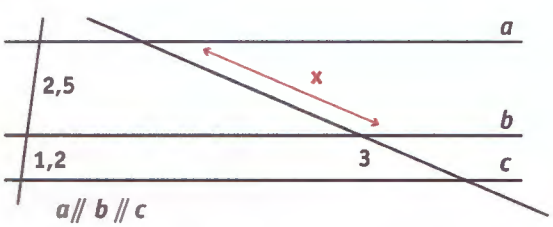
$a \parallel b \parallel c \parallel d$

$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\square}{\square}$ $\quad \frac{\overline{EF}}{\overline{EH}} = \frac{\square}{\square}$

$\frac{\overline{DC}}{\square} = \frac{\square}{\overline{HE}}$ $\quad \frac{\overline{FG}}{\overline{EH}} = \frac{\square}{\square}$

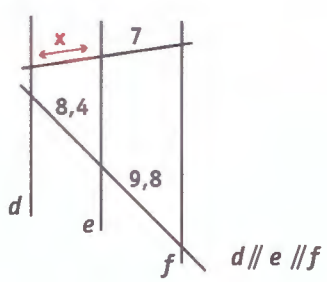
11 En las siguientes figuras, todas las medidas están expresadas en centímetros. Calculen la medida de x en cada caso.

a)



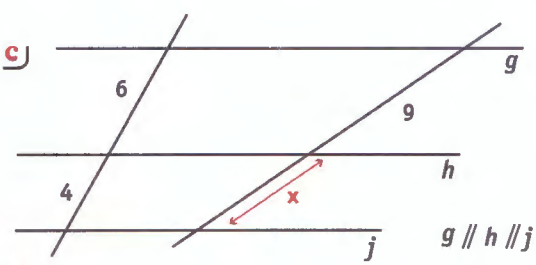
$a \parallel b \parallel c$

b)



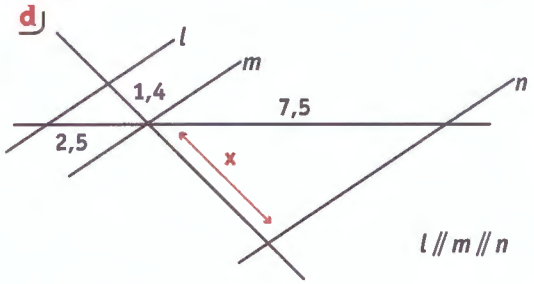
$d \parallel e \parallel f$

c)



$g \parallel h \parallel j$

d)



$l \parallel m \parallel n$

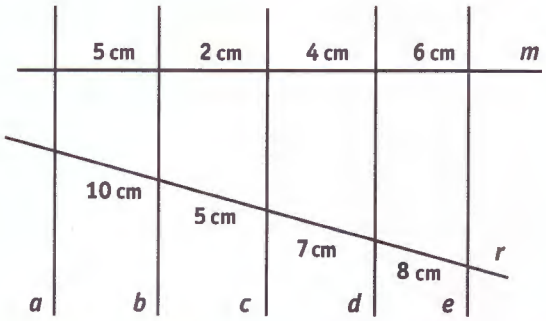
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

12 Entre las cinco rectas que cortan a *m* y a *r*, hay tres que son paralelas entre sí y otras dos que no lo son. ¿Cuáles son las paralelas? Justifiquen la respuesta.

.....

.....

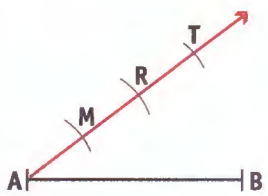
.....



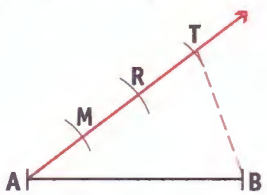
Para observar

Basándonos en el teorema de Thales, podemos dividir el segmento AB en tres partes iguales, procediendo del siguiente modo:

I. Trazamos una semirrecta cualquiera con origen en A.

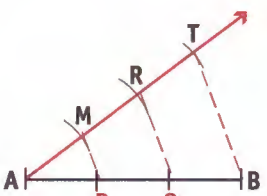


II. Sobre la semirrecta y a partir del punto A, trasladamos tres veces una medida cualquiera con el compás. Quedan marcados los puntos M, R y T que determinan tres segmentos iguales.



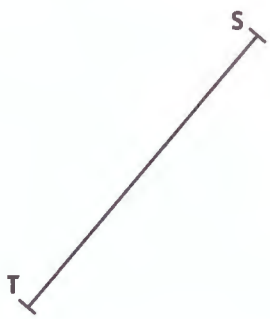
$\overline{AM} = \overline{MR} = \overline{RT}$

III. Trazamos el segmento TB y luego las rectas paralelas a este que pasan por M y por R.

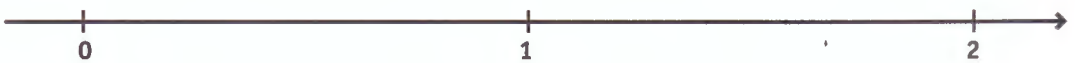


$\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QB}$

13 Dividan al segmento TS en 7 partes iguales, utilizando el teorema de Thales.



14 Usen el procedimiento anterior para ubicar los números $\frac{3}{7}$ y $\frac{7}{9}$ en la siguiente recta numérica.



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Semejanza de triángulos

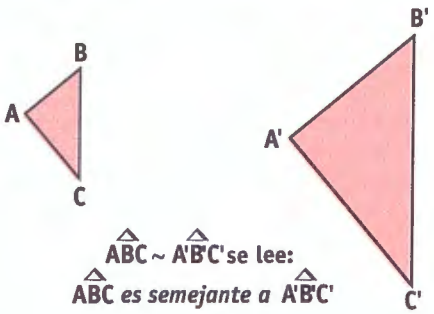
Para leer y recordar

Dos triángulos son *semejantes* si tienen:

- sus ángulos respectivamente iguales;
- sus lados homólogos proporcionales.

En símbolos:

$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'} \Leftrightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{A}',\ \hat{B} = \hat{B}',\ \hat{C} = \hat{C}' \\ \dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} \end{cases}$$



$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$ se lee:
$\overset{\Delta}{ABC}$ *es semejante a* $\overset{\Delta}{A'B'C'}$

Criterios de semejanza de triángulos

Para saber si dos triángulos son semejantes, no es necesario comprobar todas las condiciones indicadas anteriormente. Los *criterios de semejanza* son conjuntos de condiciones mínimas tales que, si sabemos que se cumplen, podremos asegurar que los triángulos son semejantes, y utilizar esta información para calcular otras medidas desconocidas en las figuras.

Los siguientes son algunos de los criterios de semejanza de triángulos.

- Dos ángulos respectivamente iguales.
- Tres lados respectivamente proporcionales.
- Dos lados homólogos proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.

15 Consideren los triángulos $\overset{\Delta}{MNP}$ y $\overset{\Delta}{QRS}$, con los siguientes datos.

$$\overset{\Delta}{MNP} \begin{cases} \hat{M} = \hat{P} = 70° \\ \overline{MN} = 35 \text{ cm} \\ \overline{MP} = 25 \text{ cm} \end{cases} \qquad \overset{\Delta}{QRS} \begin{cases} \hat{R} = 40° \\ \overline{QR} = \overline{RS} = 5 \text{ cm} \end{cases}$$

a) Expliquen por qué la información alcanza para asegurar que son semejantes.

.....

.....

.....

b) Calculen las medidas de los lados y de los ángulos que faltan.

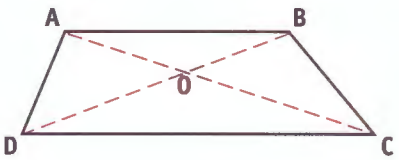
.....

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

16 Descubran, en el trapecio ABCD de la figura, un par de triángulos semejantes y justifiquen por qué lo son.



.....

.....

.....

17 Indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y expliquen por qué.

a) Todos los triángulos isósceles son semejantes.

.....

b) Todos los triángulos equiláteros son semejantes.

.....

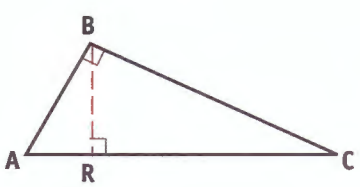
c) Todos los triángulos rectángulos son semejantes.

.....

d) Siempre que en un triángulo se traza una recta paralela a uno de los lados que corta a los otros dos, quedan dibujados dos triángulos semejantes.

.....

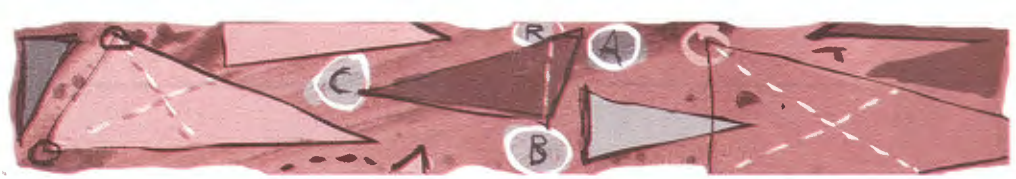
18 Manuel dice que los triángulos rectángulos ABC, ABR y BCR son semejantes. Ustedes, ¿qué opinan? Justifiquen la respuesta.



.....

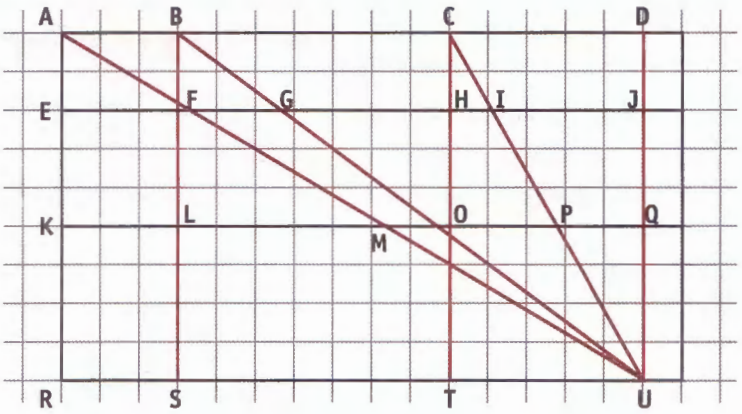
.....

.....



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

19 Encuentren en la figura tres pares de triángulos que sean semejantes y tres pares que no lo sean. Nómbrenlos.

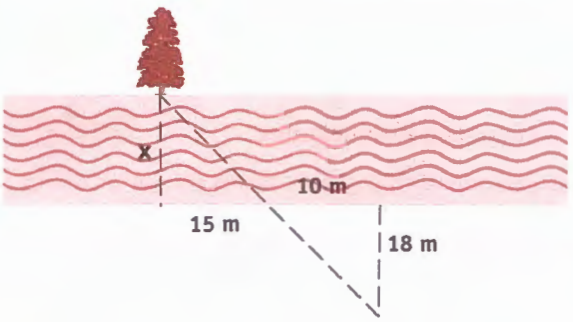


.....

.....

.....

20 Fernando necesita medir el ancho del canal y, para ello, desde una de las orillas, toma las medidas, que se indican en el esquema.
¿Cómo hace para calcular el ancho del canal con los datos que tiene? ¿Qué resultado obtiene?



.....

.....

.....

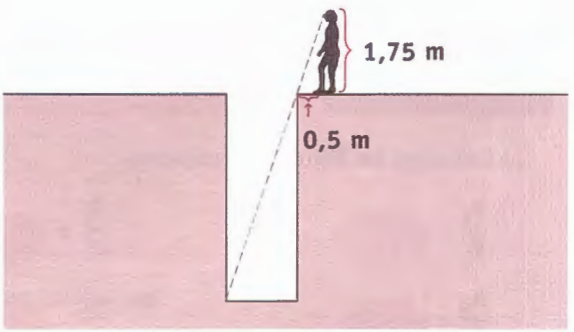
.....

21 Averigüen cuál es la profundidad del pozo. Se sabe que su "ancho" es de 1,6 m y que la altura de la persona es de 1,75 m.

.....

.....

.....



22 Un árbol proyecta una sombra de 12 m a la misma hora en que una vara de 1 m proyecta una sombra que mide 1,6 m. Hallen la altura del árbol.

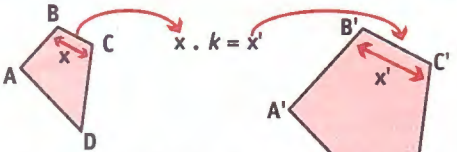
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Figuras semejantes

Para leer y recordar

Dos figuras son *semejantes* cuando tienen la misma forma. Si nos referimos a figuras geométricas, esto ocurre cuando los ángulos *homólogos* son iguales y los segmentos *homólogos* son proporcionales.

Cada longitud en una de las figuras se obtiene multiplicando la correspondiente longitud en la otra por un número determinado, el mismo en todos los casos, llamado *razón de semejanza*.

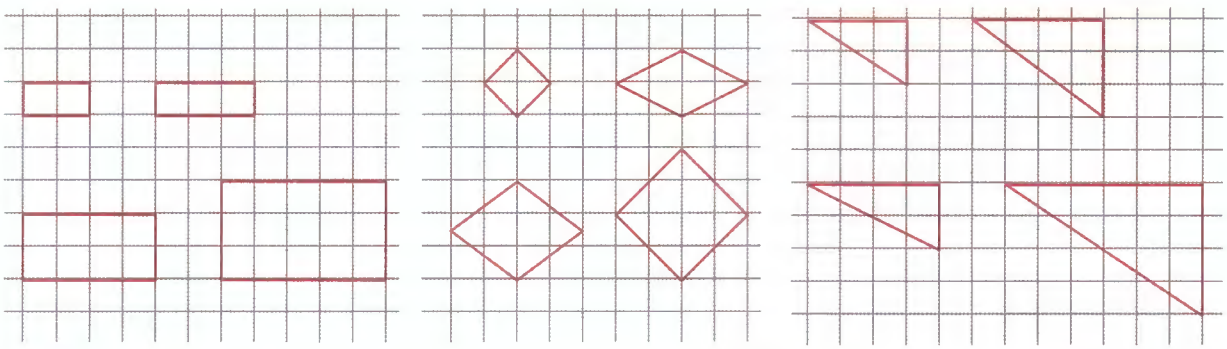


$\hat{A} = \hat{A}'$ $\hat{B} = \hat{B}'$ $\hat{C} = \hat{C}'$ $\hat{D} = \hat{D}'$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{D'A'}}{\overline{DA}} = k$$

ABCD ~ A'B'C'D' se lee:
ABCD *es semejante* a A'B'C'D'

23 Descubran pares de figuras semejantes entre las siguientes.



24 Los tres rectángulos que se representaron en las figuras son semejantes.

a) Completen las medidas y los datos que faltan.

	2 cm A 1 cm	B 1,5 cm	4 cm C
Perímetro	$P_A =$	$P_B =$	$P_C =$
Área	$A_A =$	$A_B =$	$A_C =$

b) Calculen las siguientes razones.

$\frac{P_B}{P_A} =$ $\frac{P_C}{P_A} =$ $\frac{P_C}{P_B} =$

$\frac{A_B}{A_A} =$ $\frac{A_C}{A_A} =$ $\frac{A_C}{A_B} =$

c) Observen los resultados que obtuvieron y enuncien alguna conclusión.

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

25 Juan dibujó un rectángulo de 4 cm de ancho por 6 cm de largo. Mariela dibujó otro más grande, semejante al de Juan.

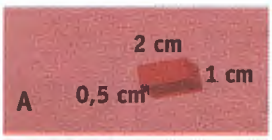
a) ¿Qué medidas tiene el rectángulo que dibujó Mariela, si la razón de semejanza entre ambos es $\frac{5}{2}$?

b) ¿Cómo se relacionan la razón entre los perímetros de los rectángulos y la razón de semejanza?

c) ¿Cómo se relacionan la razón entre las áreas de los rectángulos y la razón de semejanza?

26 Los tres prismas que se representaron en las figuras son semejantes.

a) Completen las medidas y los datos que faltan.

	A 	B	C
Suma de las aristas	$S_A =$	$S_B =$	$S_C =$
Área total	$A_A =$	$A_B =$	$A_C =$
Volumen	$V_A =$	$V_B =$	$V_C =$

b) Calculen las siguientes razones.

$\frac{S_B}{S_A} =$ $\frac{S_C}{S_A} =$ $\frac{S_C}{S_B} =$

$\frac{A_B}{A_A} =$ $\frac{A_C}{A_A} =$ $\frac{A_C}{A_B} =$

$\frac{V_B}{V_A} =$ $\frac{V_C}{V_A} =$ $\frac{V_C}{V_B} =$

c) Observen los resultados que obtuvieron. ¿Cómo se relacionan la razón entre los volúmenes y la razón entre las sumas de las aristas?

.....

27 Dos prismas de base cuadrada son semejantes, y la razón entre sus volúmenes es $\frac{27}{8}$.

a) Las aristas del mayor miden 120 cm y 90 cm. ¿Cuáles son las medidas de las aristas del otro?

.....

b) ¿Cuál es la razón de semejanza?

.....

c) ¿Cuál es la razón entre las superficies de las caras cuadradas?

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Figuras homotéticas

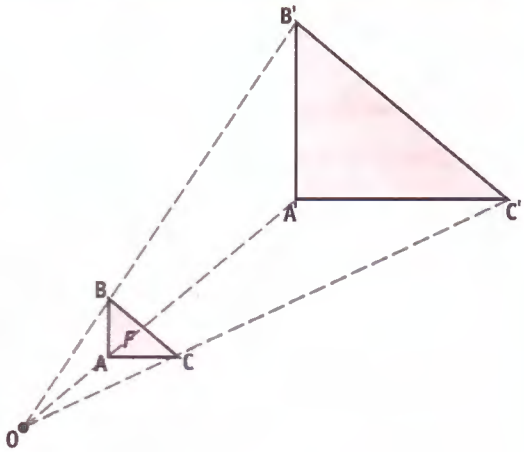
Para observar

Un procedimiento para ampliar o reducir figuras es el *método de la proyección*.

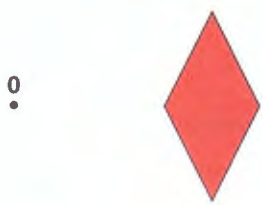
Por ejemplo, para ampliar la figura *F* de modo que su perímetro se triplique, podemos hacer así:

- tomamos un punto O cualquiera;
- trazamos rectas que pasen por O y por los vértices de la figura;
- marcamos sobre las rectas una distancia igual al triple de la distancia entre el punto O y los vértices, y así obtenemos los vértices de la figura ampliada.

La transformación que aplicamos se llama *homotecia*, y las figuras así obtenidas se llaman *homotéticas*.

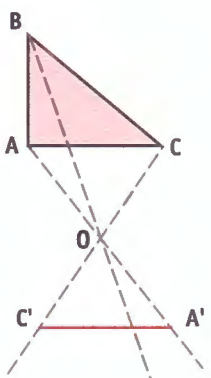


28 Obtengan una ampliación de perímetro doble y una reducción a la mitad de su perímetro del cuadrilátero de la figura mediante una proyección respecto del punto O.

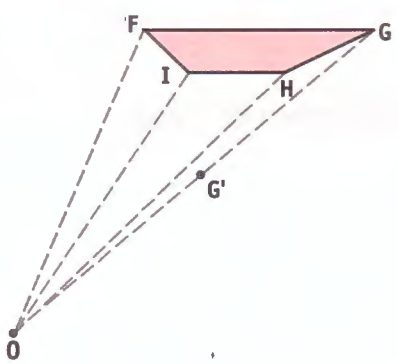


29 En las figuras, pueden observar proyecciones incompletas. Completen los dibujos de modo que las figuras obtenidas resulten homotéticas con las originales.

a)



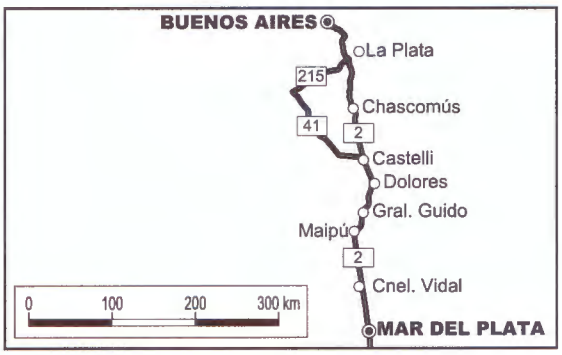
b)



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

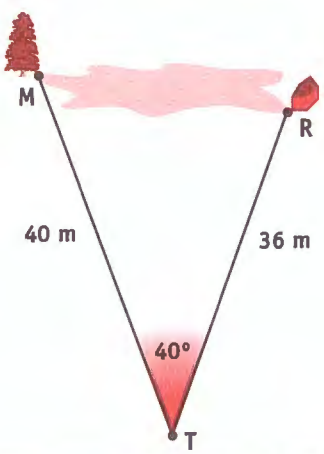
Escalas

30 Luis y Elías fueron a Mar del Plata en auto. Acordaron que Luis manejaría los últimos 150 km, aproximadamente. Cuando cambiaron de conductor, pararon para almorzar. Utilicen la escala del mapa e indiquen en qué ciudad pueden haber almorzado.



.....

31 Para medir el largo de un estanque, se ha tomado una serie de medidas, como lo indica el esquema.
Tomen las medidas necesarias en la figura y calculen la longitud real del estanque.



.....

.....

.....

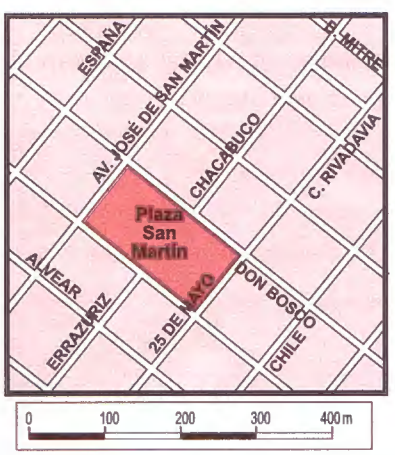
.....

Para leer y recordar

Cuando un arquitecto construye la maqueta de una casa, un cartógrafo dibuja un mapa, o un bioquímico observa una bacteria en un microscopio, en todos estos casos se trabaja con figuras semejantes a las reales, que facilitan su estudio.

En estas situaciones, a la razón de semejanza se la llama *escala*. Una escala se indica así: Escala: 1 : 10 000.

Se lee *uno en diez mil*. Significa que cada unidad del dibujo representa 10 000 unidades de la realidad. En este caso, cada distancia del dibujo debe multiplicarse por 10 000 para obtener la distancia real que está representando.



32 Roberto planea hacer un viaje al sur, y para estimar la distancia entre dos ciudades, toma la medida en un mapa, en el que se indica una escala de 1 : 6 000 000. La medida que obtuvo es 3,6 cm. ¿Cuál es la distancia real aproximada?

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

33 ¿Qué medida de la realidad, en metros, representa cada centímetro de las figuras que indican las escalas que se muestran a continuación?

a)

b)

34 Indiquen, mediante flechas, cuál de las escalas que se encuentran en la segunda columna consideran la más adecuada para representar en un plano cada uno los elementos de la primera columna.

• Una casa.	1 : 50
• Un barrio.	1 : 300
• Una habitación.	1 : 1000
• Las rutas de una provincia.	1 : 300 000

35 Silvana dice haber dibujado el plano del comedor de su casa con una escala 25 : 4.

a) ¿Es posible? ¿Por qué?

.....

b) Si el comedor mide 9 m de largo por 7 m de ancho, ¿cuánto debería medir en su plano, según la escala que dice haber utilizado?

.....

c) Silvana decidió hacer un nuevo plano, utilizando la escala 1 : 40. ¿Cuáles serán las medidas del comedor en este plano?

.....

36 Se ha construido la maqueta de una casa, y en ella el frente mide 30 cm. El frente real es de 12 m.

a) ¿Qué escala se usó?

.....

b) ¿Cuál es la superficie real del fondo de la casa, si en la maqueta es de 600 cm^2?

.....

c) Si el volumen de la casa en la maqueta es de 10000 cm^3, ¿cuál es el volumen real de la casa?

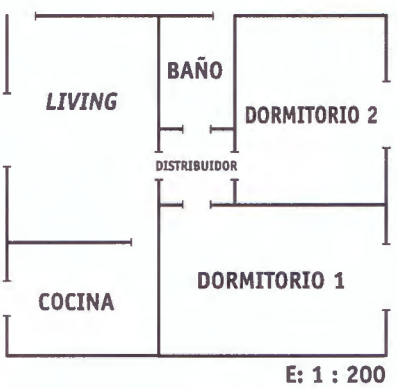
.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Semejanza, arquitectura y vida cotidiana

Cuando se proyecta la construcción de una casa, un edificio o un complejo deportivo, los arquitectos y los ingenieros hacen planos y, en muchos casos, también maquetas en miniatura. Esto les permite analizar más eficientemente distintas cuestiones relacionadas con la distribución de los ambientes, sus tamaños, las ubicaciones de las aberturas, etcétera.

37 En un folleto de promoción de las Torres de Altaluz, se muestra un plano, como el que ven en la figura, de un departamento del primer piso.



a) Tomen en la figura las medidas necesarias y, teniendo en cuenta la escala indicada, calculen las medidas reales del *living* y de cada uno de los dormitorios.

.....

b) Calculen la superficie real del departamento.

.....

c) La familia Rosas está interesada en uno de estos departamentos. Ellos tienen una mesa redonda de 2 m^2 de superficie. ¿Quién tiene razón: Diana o Raúl? Expliquen por qué.

Si calculás la superficie de la cocina en el plano y la multiplicás por 200, te das cuenta de que no entra. La vamos a tener que poner en el *living*.
¡No! ¡Te estás equivocando! Yo también hice las cuentas y te aseguro que va a entrar.

.....

.....

.....

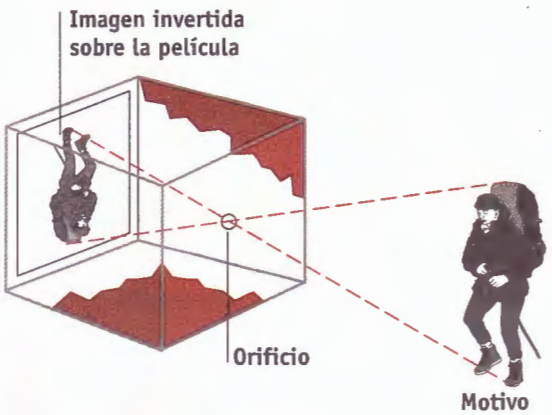
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Semejanza y fotografía

La fotografía es una técnica mediante la cual se consiguen imágenes permanentes sobre superficies especialmente sensibilizadas, por medio de la acción fotoquímica de la luz o de otras formas de energía radiante.
El antecedente de la cámara fotográfica fue la *cámara oscura*. La cámara oscura original era una habitación con un minúsculo orificio en una de las paredes, por el cual se dejaba entrar luz. La luz que penetraba por aquel orificio proyectaba una imagen del exterior en la pared opuesta.

No se sabe con precisión quién y cuándo descubrió la cámara oscura, pero se puede asegurar que, antes de ser utilizada para realizar imágenes fotográficas, fue considerada una herramienta muy útil para la reproducción de imágenes, ya sea con fines artísticos o científicos.
Aunque la imagen así formada resultaba invertida y borrosa, los científicos y los artistas utilizaron esta técnica para manipular imágenes proyectadas por la cámara, mucho antes de que se inventase la película que pudiera registrarlas.

38 Se ha construido una cámara oscura sencilla, haciendo un orificio en una caja prismática que tiene una base de 20 cm de largo por 15 cm de ancho, y 16 cm de alto, como se muestra en la figura.



a) Encuentren en la figura dos triángulos que sean semejantes, menciónenlos y expliquen por qué lo son.

.....

b) ¿A qué distancia deberá colocarse una persona que mide 1,70 m para que su cuerpo completo pueda proyectarse sobre la pared opuesta al orificio?

.....

c) ¿Cuál es la altura máxima que puede tener una persona, para que, al colocarse a una distancia de 2 m de la caja, se pueda proyectar su imagen completa en la pared opuesta al edificio?

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

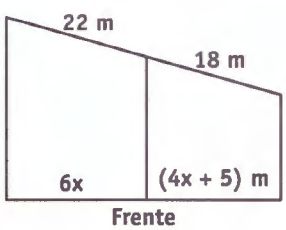
MÁS ACTIVIDADES

39 Un automovilista llega a una estación de servicio con el tanque vacío. Su cuentakilómetros indica 85 650 km. Carga 40 litros de nafta y continúa su viaje. Cuando vuelve a tener el tanque vacío, el cuentakilómetros marca 86 150 km. ¿Cuál es el consumo de combustible cada 100 km recorridos?

40 Coloquen una cifra en cada casilla, de modo que los cuatro números resultantes formen una proporción.

$$\frac{\square}{\square\square} = \frac{\square\square}{\square\square\square}$$

41 La figura muestra dos lotes contiguos. Sus paredes laterales son paralelas. Tengan en cuenta la información dada en la figura y calculen la longitud del frente.



42 Ana dice que todo par de triángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos son semejantes. ¿Esta afirmación es verdadera o falsa? Justifiquen la respuesta.

43 En un triángulo equilátero MRS, se marcan los puntos medios de sus lados de modo tal que, al unirlos, queda dibujado el $\overset{\triangle}{EDT}$. ¿Este último será también equilátero? ¿Por qué?

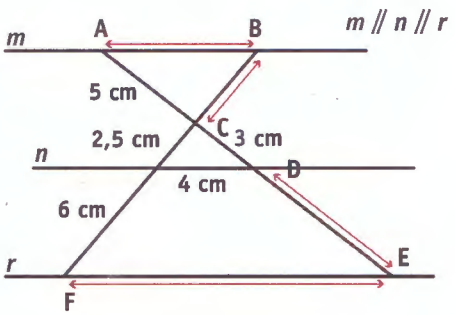
44 Cuatro amigas se asociaron para instalar un negocio y aportaron, respectivamente, \$6000, \$8000, \$9000 y \$11 000. Los ingresos que obtuvieron al cabo de un año, los distribuyeron en forma directamente proporcional a lo invertido.
La amiga que había hecho la menor inversión recibió \$30 000.

a) ¿Qué porcentaje del total recibió la que había invertido \$9000?

b) ¿Cuál fue el ingreso total que obtuvieron en ese año?

c) Si se considera la ganancia como la diferencia entre lo recibido y lo invertido, ¿fueron las respectivas ganancias directamente proporcionales a las cantidades invertidas?

45 Calculen las medidas de los segmentos señalados en la figura.



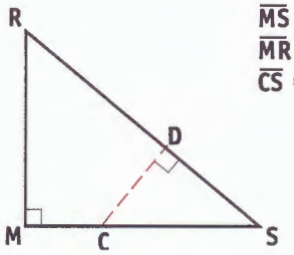
46 Los lados del $\overset{\triangle}{ABC}$ miden 3 cm, 4 cm y 5 cm. Se construye el triángulo FGH, semejante al anterior, cuyo lado mayor mide 20 cm.

a) El $\overset{\triangle}{ABC}$ es rectángulo. ¿Pueden asegurar que el otro también lo es? ¿Por qué?

b) Calculen el perímetro y el área del $\overset{\triangle}{FGH}$.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

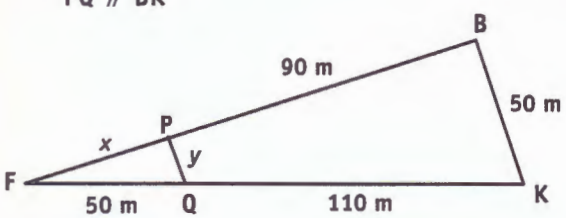
47 Expliquen por qué se puede asegurar que los triángulos MRS y CDS son semejantes, y calculen las medidas de los lados que faltan.



$\overline{MS}$ = 6 cm
$\overline{MR}$ = 5 cm
$\overline{CS}$ = 4 cm

48 Calculen la medida de x y de y.

$\overline{PQ} \parallel \overline{BK}$

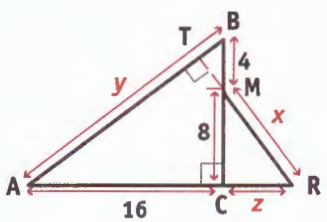


49 Observen la figura y consideren los triángulos ABC y MRC.

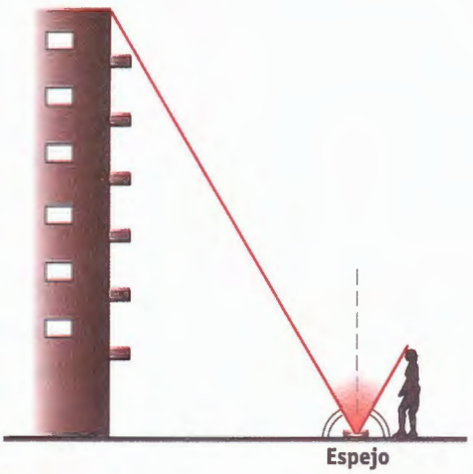
a) ¿Alcanza la información dada para asegurar que son semejantes? Justifiquen la respuesta.

b) Calculen las medidas de los segmentos z, x e y de la figura.

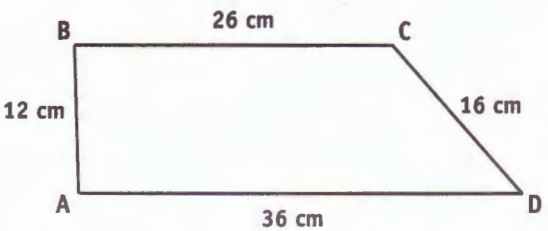
c) Hallen la razón entre las áreas de los triángulos.



50 Un procedimiento útil para medir la altura de un objeto inaccesible consiste en lo siguiente: se coloca un espejo en el suelo, y después hay que situarse de manera tal que se vea, en el espejo, la parte más alta del objeto por medir (como se puede observar en el esquema). ¿Qué altura tendrá un edificio si Sabrina, que mide 1,71 m, se coloca a 130 m del edificio y a 8 m del espejo para poder ver la parte superior de aquel?



51 Si al trapecio ABCD se le prolongan los lados no paralelos, se obtiene el triángulo AOD. Calculen su perímetro.



52 Las áreas de dos polígonos semejantes son 225 cm^2 y 36 cm^2, respectivamente.

a) Un lado del polígono de menor superficie mide 12 cm. ¿Cuánto mide el lado homólogo en el polígono de mayor superficie?

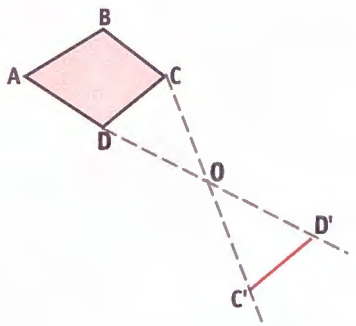
b) Un ángulo del polígono de menor superficie mide 30°. ¿Cuánto mide el ángulo homólogo en el polígono de mayor superficie?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

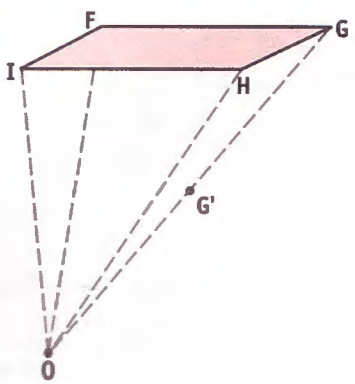
53 Si se aumenta en un 20% el radio de una esfera, ¿en qué porcentaje aumentará su volumen?

54 En las figuras, pueden observar proyecciones incompletas. Completen los dibujos de modo que las figuras obtenidas resulten homotéticas con las originales.

a)



b)

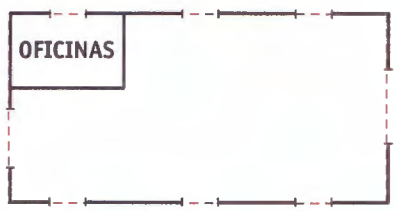


55 La distancia que hay entre los dos puntos más alejados de una ciudad es de 6 km. Midan una hoja número 3 y calculen una escala que pueda utilizarse para hacer un plano de esta ciudad en dicha página.

56 Para construir un depósito, se ha elaborado el plano que se muestra en la figura. Teniendo en cuenta que el largo real será de 80 m, tomen en la figura las medidas necesarias y calculen:

a) La escala utilizada en el dibujo.

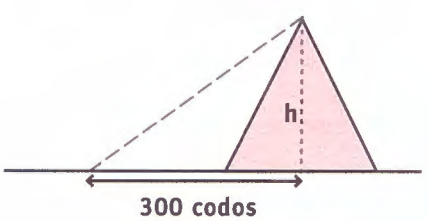
b) La superficie que tendrá el sector destinado a las oficinas.



57 En la Antigüedad, los egipcios realizaban mediciones utilizando como medidas manos o codos.
Además, para calcular la altura de objetos muy grandes, utilizaban un método que consistía en medir su sombra y compararla con la sombra que proyectaba otro objeto en el mismo momento.

a) Observen la figura y calculen la altura, en codos, de la pirámide (representada por el triángulo) sabiendo que una vara de 2,5 codos proyecta una sombra de 3 codos.

b) Expliquen cuáles de los conceptos que estudiaron en este capítulo se aplican en el método que usaban los egipcios de la Antigüedad para medir.



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

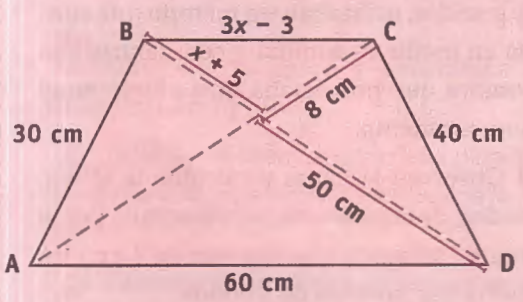
AUTOEVALUACIÓN

1 En una sociedad de fomento, se realizaron elecciones para elegir una comisión directiva, con un total de ocho cargos para ocupar. Los cargos serán repartidos proporcionalmente a la cantidad de votos que logre cada una de las tres listas que se han presentado. La lista Blanca obtuvo 1400 votos, la lista Roja, 1050 votos y la lista Azul, 350 votos.

a) ¿Cómo se distribuyeron los cargos?

b) Repitan el cálculo anterior, suponiendo que se le restan 50 votos a cada una de las listas, y respondan: ¿cómo quedarían repartidos los cargos con estos resultados? ¿Qué criterio consideran razonable utilizar cuando el número de cargos no es entero?

2 Consideren el siguiente trapecio, y resuelvan las consignas. Justifiquen los procedimientos que utilicen en la resolución.

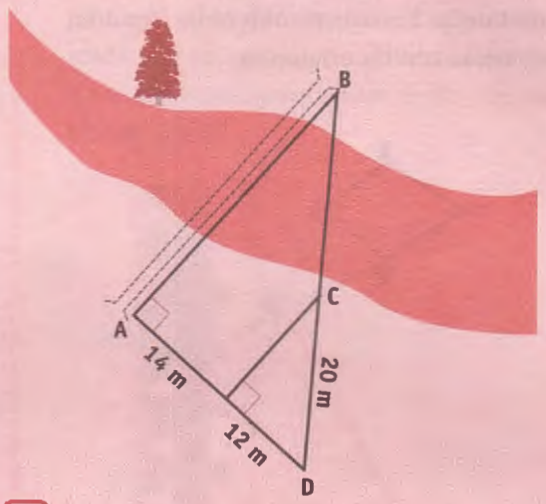


a) Calculen las medidas de las diagonales.

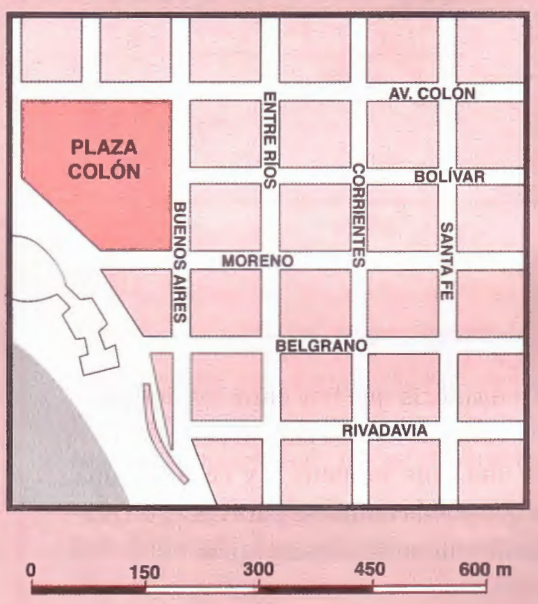
b) Prolonguen los lados AB y CD hacia arriba y llamen M al punto en el que se cruzan las prolongaciones.

c) Calculen el perímetro del triángulo AMD.

3 Se proyecta construir un puente sobre un río. Para ello, se tomaron medidas en la zona y se elaboró el esquema que ven en la figura. Calculen la longitud del puente AB.



4 El mapa corresponde a un sector de la zona céntrica de una ciudad balnearia. Tomen con una regla las medidas necesarias, y calculen la superficie real aproximada que ocupa la plaza Colón.

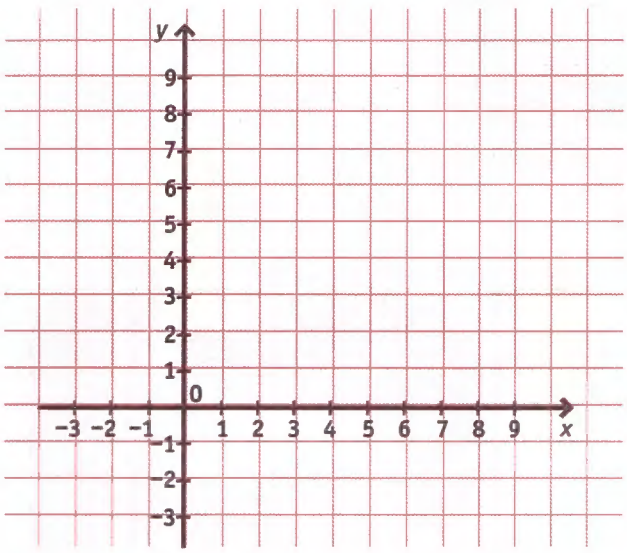


© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Consideren los siguientes puntos:

R = (0; 3) T = (4; 7) M = (4; 4) Q = $(\frac{3}{2}; \frac{3}{2})$

1 Ubíquenlos en el gráfico cartesiano y tracen los lados del cuadrilátero RTMQ.



2 Tracen las rectas que contienen a los lados del cuadrilátero. En relación con cada una de ellas, respondan: ¿puede ser la gráfica de una función? Si responden que sí, clasifiquen la función que representa y escriban su fórmula. Si responden que no, expliquen por qué.

.....

.....

3 ¿Qué tipo de cuadrilátero es el RTMQ? Justifiquen analíticamente la clasificación establecida.

.....

.....

4 Supongan que se amplifica el cuadrilátero, de modo que su perímetro se duplique. ¿Es cierto que, en la nueva figura, quedarían duplicadas también las medidas de las diagonales, las amplitudes de los ángulos y la medida del área? Justifiquen la respuesta.

.....

.....

5 Martina y Pablo necesitan pintar varias figuras como esta. Compraron témperas rojas a $2 cada una y azules, a $2,50 cada una. Si gastaron, en total, $26, Alanza esta información para determinar cuántas témperas compraron de cada color? Justifiquen la respuesta.

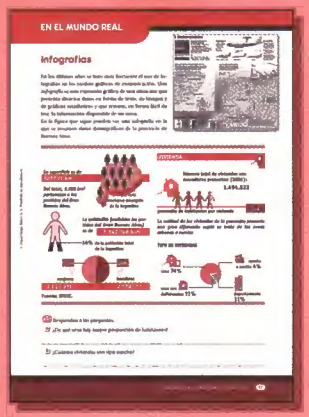
.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Cómo son estos cuadernillos

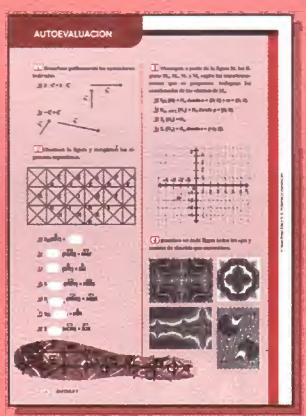
Apertura
Una situación disparadora es el eje que abre cada capítulo.

Revisión inicial
Incluye actividades para repasar los conocimientos previos.

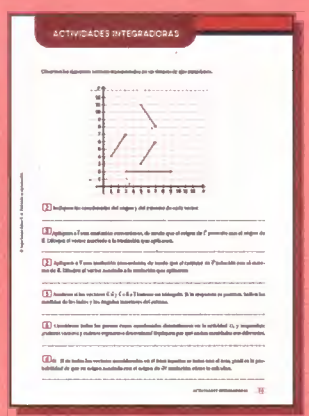


En el mundo real
Trata ejemplos con datos concretos, vinculados a aplicaciones a otras disciplinas y a situaciones cotidianas.

Más actividades
Contiene una serie adicional de ejercitaciones diversas de todos los temas desarrollados en el capítulo.



Autoevaluación
Se propone una combinación de actividades que servirá a modo de evaluación de los contenidos tratados en el capítulo.



Actividades integradoras
Al final de los cuadernillos 2, 5 y 7, se presenta una sección con propuestas destinadas a interrelacionar los contenidos de los cuadernillos anteriores.

Para leer y recordar

Si n es un número natural:

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factores}}$ $\qquad a^0 = 1 \ (a \neq 0)$

Los recuadros identificados con la leyenda **Para leer y recordar** contienen información necesaria para la resolución de las actividades (conceptos, fórmulas, definiciones).

Para observar

Recordemos con algunos ejemplos cómo operamos con fracciones.

Los recuadros identificados con la leyenda **Para observar** contienen ejemplos explicados.

Este ícono indica que la actividad debe ser resuelta en una hoja aparte.

12

Un número con fondo de color indica que la actividad es de mayor complejidad.

AIQUE